



YEREL EĞRİLİKLİ ÜÇ DUVARLI KARBON NANOTÜP İÇEREN KOMPOZİTTE GEOMETRİK LİNEER DURUMDA GERİLME DAĞILIMI

Fatma Çoban¹ ve Reşat Köşker²

¹ Yıldız Teknik Üniversitesi, Kimya Metalürji Fakültesi, Davutpaşa Kampüs, 34210 Esenler, İstanbul-Türkiye

² Yıldız Teknik Üniversitesi, Kimya Metalürji Fakültesi, Matematik Mühendisliği Bölümü, Davutpaşa Kampüs, 34210 Esenler, İstanbul-Türkiye

ABSTRACT

Nanotechnology is rapidly entering our lives and the number of nanotechnology products is increasing. Nanotechnology has many fields of applications such as materials and manufacturing sector, health sector, nanoelectronics and computer technologies, aeronautical researches, defense sector, biotechnology. Nanotubes are the most important structural elements of nano-materials used in nanotechnologic applications and they are used in the production of the nanocomposite materials. Carbon nanotubes are designed to be cylinders of graphite plates and can be classified as single-walled and multi-walled nanotubes. In this study, different from the literature, composite materials containing triple-walled are investigated in the scope of the piecewise homogeneous body model with the use of geometric linear exact equations of the three-dimensional theory of elasticity. The investigation involves the stress analysis on the surface between the carbon nanotube and matrix.

Keywords: Multi-walled carbon nanotubes, stress analysis, local curvature

ÖZET

Nanoteknoloji hızla hayatımıza girmektedir ve nanoteknolojik ürünlerin sayısı da giderek artmaktadır. Nanoteknolojinin malzeme ve imalat sektöründen sağlık sektörü, nanoelektronik ve bilgisayar teknolojileri, havacılık araştırmaları, savunma sektörü, bioteknoloji gibi pek çok uygulama alanı vardır. Nanotüpler, nanoteknolojik uygulamalarda kullanılan nanomalzemelerin en önemli yapı elemanlarıdır ve nanokompozit malzemelerin üretiminde kullanılırlar. Son dönemlerde nanotüp içeren kompozit malzemeler ile alakalı çalışmalara ilgi artmıştır. Karbon nanotüpler grafit katmanlarının yuvarlanarak içi boş silindir halini almasıyla tasarlanır ve tek duvarlı ve çok duvarlı nanotüpler olarak sınıflandırılabilirler. Bu çalışmada sonsuz ortamda düşük yoğunluklu sonsuz uzunluklu yerel eğrilikli üç duvarlı karbon nanotüp içeren kompozit malzeme geometrik lineer durumdaki gerilme dağılımı incelenmiştir. Bu çalışmalar parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde elastisite teorisinin üç boyutlu kesin geometrik lineer denklemleri kullanılarak yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Çok duvarlı karbon nanotüp, gerilme analizi, yerel eğrilik

GİRİŞ

Günümüzde çok sayıda en güçlü malzeme olarak bilinen karbon nanotüp içeren kompozitler ile ilgili çalışmalar yapılmaktadır. Bununla ilgili [1-8] örneklerinde görülebileceği gibi, hem deneysel hem de teorik [9-22] çok sayıda araştırma vardır. Son yıllarda, pek çok araştırmada tek duvarlı ve çok duvarlı karbon nanotüplerin mekaniksel davranışı üzerine odaklanılmıştır [23-25]. Özellikle de polimer ve metal matris malzemeleri içine yerleştirilmiş tek duvarlı ve çok duvarlı karbon nanotüpler üzerine yapılan araştırmalar dikkat çekmektedir [26-27]. Nano-nesnelerin davranışlarını açıklanmasında sürekli ortam mekaniği görüşlerinin uygulanabilirliği [28-31]'de tartışılmıştır. Süreklilik yaklaşımlarının uygulanabilir olduğu alanlarda karbon nanotüplerin mekanik davranışları ve nanoyapıların diğer türleri ile ilgili çalışmalar [32-34]'de ele alınmıştır.

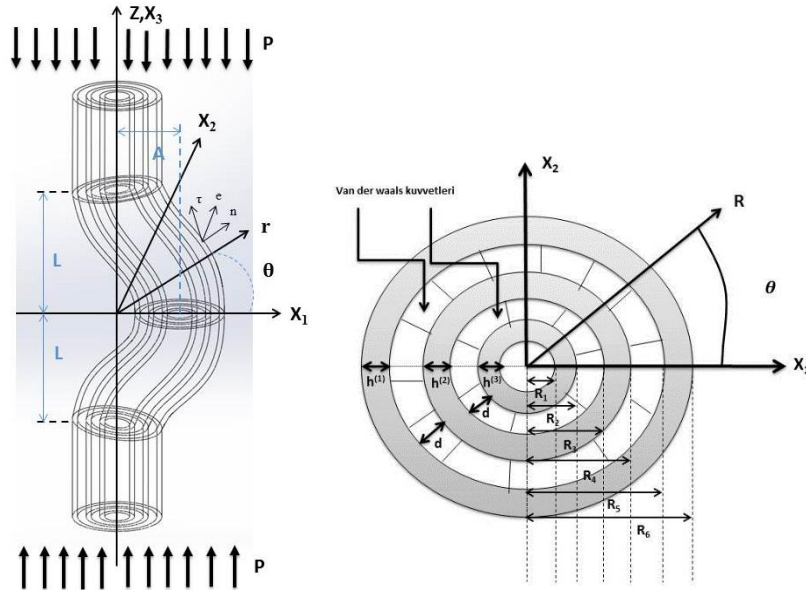
[23] kaynağında Euler kiriş teorisini kullanarak elastik ortama gömülmüş çok katlı karbon nanotübün burkulmasını vermiştir. Başka bir çalışmada, [35]'de eksenel basınç altında elastik ortama oturtulmuş çift katlı karbon nanotübün burkulmasını araştırmıştır. Kirchhoff-Love teorisi kapsamında, çift kabuk modeli çift duvarlı karbon nanotüp burkulmasını tanımlama için kullanılmış ve ortamın burkulmaya tepkisi Winkler zemin modeli ile verilmiştir. Ayrıca iç ve dış tüpler arasındaki etkileşim van der Waals kuvveti ile modellenmiştir. [36] çalışmasında; elastik ortama gömülü tek duvarlı karbon nanotübünün burkulma analizi Timoshenko kirişi kullanılarak yerel olmayan teori yardımıyla incelenmiştir.

Bahsedilen çalışmalarda çok katlı karbon nanotüpler kolon veya kabuk olarak sonlu uzunluklu modellenmiştir. [37] çalışmasında sonsuz uzunluklu elastik matris içine yerleştirilmiş çift duvarlı karbon nanotüplerin burkulması, parçalı homojen cisim modeli kapsamında, üç boyutlu lineerleştirilmiş stabilite teorisi (ÜBLST) ile araştırılmıştır. Karbon nanotübün duvarları arasında van der Waals kuvvetlerinin meydana geldiği varsayılmıştır.

Yukarıda anlatıldığı gibi nanokompozit malzemelerin (özellikle nanotüplerin) önemi hızla artmakta ve bunların mekanik davranışı ile ilgili çok sayıda araştırma yapılmaktadır. Bu çalışmada, literatürde yer almayan, sonsuz ortam içinde düşük yoğunluklu sonsuz uzunluklu yerel eğrilğe sahip üç duvarlı karbon nanotüp ele alınmış ve gerilme yayılımına ait incelemeler bu çalışmada yapılmıştır. Nanotüpte duvar sayısı arttıkça katmanlar arasında ortaya çıkan van der Waals kuvvetleri de her bir katman için dikkate alınmıştır. Bahsedilen çalışmalar parçalı homojen cisim modeli kapsamında yapılarak elastisite teorisinin üç boyutlu denklemleri kullanılmıştır.

MATEMATİKSEL FORMÜLASYON

Sonsuz uzunlukta düşük yoğunluklu yerel eğrilikli üç duvarlı karbon nanotüp içeren sonsuz elastik bir ortam ele alınsın. Model olarak Şekil 1'de görüldüğü gibi başlangıç küçük ilkel kusura (eğrilik) sahip üç katlı karbon nanotüp içeren sonsuz bir cisim söz konusudur. Bu cisme sonsuzda nanotüp yönünde düzgün yayılmış normal kuvvetler etki gösterdiği ve nanotüp yüzeyine dik kesitlerin yarıçapı nanotüp boyunca değişmeyen daireler olduğu kabul edilsin.



Şekil 1. Yerel eğrilikli karbon nanotüp içeren sonsuz elastik cismin geometrisi ve seçilen koordinat takımları

Şekil 1’de gösterildiği gibi başlangıç noktası iç içe geçmiş nanotüplerin ortak merkez çizgisi üzerinde olan, $O\theta z$ silindirik, $Ox_1x_2x_3$ kartezyen koordinat takımları seçilsin ve bu koordinatlar Lagrange koordinatları olarak kabul edilsin. Yukarıda modeli verilen üç duvarlı yerel eğrilikli tek bir karbon nanotüp içeren sonsuz cisme nanotüp doğrultusunda (Ox_3 (Oz) yönünde) yoğunluğu p olan düzgün yayılmış normal kuvvetlerin etki ettiği düşünülmüştür. Ayrıca (iç içe geçmiş) nanotüplerin ortak merkez çizgisine (orta çizgisine) dik olan R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 ve R_6 yarıçaplı dairesel kesitlerinin karbon nanotüp boyunca değişmediği ve bu R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 ve R_6 yarıçaplarının sabit kaldığı kabul edilmiştir.

Üç duvarlı karbon nanotüp ile matris malzemelerinin birbirinden farklı ve lineer elastik olduğu varsayıp, incelemeler sürekli ortamlar mekaniğinin kesin geometrik nonlineer üç boyutlu denklemleri uygulanarak yapılmıştır.

Şekil 1’deki cismin geometrisi göz önüne alınarak nanotüpün orta çizgisinin denklemi

$$x_1 = F(x_3) = \varepsilon \delta(x_3), \quad x_2 = 0$$

$$x_1 = A \exp\left(-\left(\frac{x_3}{L}\right)^2\right) \cos\left(m \frac{x_3}{L}\right) = \varepsilon L \exp\left(-\left(\frac{x_3}{L}\right)^2\right) \cos\left(m \frac{x_3}{L}\right) = \varepsilon \delta(x_3) \quad \varepsilon = \frac{A}{L} \quad (1)$$

biçiminde ele alınsın. Burada ε , ($0 \leq \varepsilon < 1$) nanotüpün eğilme genliğini belirten küçük bir parametredir. $\delta(x_3)$ fonksiyonu ise nanotüpün yüklemeden önceki eğilmesinin formunu göstermektedir. (1) denkleminde görüldüğü gibi başlangıç yerel eğrilğe sahip nanotüpün orta çizgisi $x_2=0$ düzlemi üzerindedir. Yüklemeden sonra da nanotüp orta çizgisinin bu düzlem üzerinde kaldığını varsayılacaktır. (1) ile verilen denklemden ve nanotüp-en kesitinin sağladığı koşullardan yararlanarak, [40] kaynağında olduğu gibi nanotüp ve matris arayüzeyi olan S_6 ’nın denklemini aşağıdaki gibi elde ederiz.

$$r(\theta, t_3) = \frac{\varepsilon \delta(t_3) (1 + \varepsilon^2 (\delta'(t_3))^2) \cos \theta}{1 + (\delta'(t_3))^2 \varepsilon^2 \cos^2 \theta} +$$

$$\left\{ \frac{\varepsilon^2 (\delta(t_3))^2 (1 + \varepsilon^2 (\delta'(t_3))^2)^2 \cos \theta}{(1 + (\delta'(t_3))^2 \varepsilon^2 \cos^2 \theta)^2} + R^2 - (\delta(t_3))^2 \varepsilon^2 (1 + \varepsilon^2 (\delta'(t_3))^2) \right\}^{1/2},$$

$$x_3(\theta, t_3) = t_3 - \varepsilon \delta'(t_3) (r(\theta, t_3) - \varepsilon \delta(t_3)) \quad \delta'(t_3) = \frac{d\delta(t_3)}{dt_3} \quad (2)$$

Burada t_3 bir parametredir ve $t_3 \in (-\infty, +\infty)$ 'dir

Bundan sonra; matris malzemesi ile ilgili büyüklükler (1), üç duvarlı karbon nanotüpün en dış katmanı ile ilgili büyüklükler (2), orta katmanı ile ilgili büyüklükler (3), en iç katmanı ile ilgili büyüklükler ise (4) üst indisleriyle gösterilecektir. Bunun dışında gerilme-şekil değiştirme tansörleri ve yer değiştirme vektörünün kovaryant ve kontravaryant bileşenleri ile bu tansörler ve vektörün fiziksel bileşenlerinden faydalanılacaktır. Ayrıca tekrarlanan indislere göre Einstein toplam uyluşımı sağlanacaktır fakat altı çizili tekrarlanan indisler için bu uyluşım sağlanmayacaktır. Nanotüp ve matris malzemelerinin her birinde aşağıdaki denge denklemleri, şekil değiştirme-yer değiştirme ilişkileri ve bünye denklemleri sağlanır.

$$\nabla_i \left[\sigma^{(k)in} (g_n^j + \nabla_n u^{(k)j}) \right] = 0, \quad k=1,2 \quad (3)$$

$$2\varepsilon_{jm}^{(k)} = \nabla_j u_m^{(k)} + \nabla_m u_j^{(k)} + \nabla_j u^{(k)n} \nabla_m u_n^{(k)} \quad (4)$$

$$\sigma_{(in)}^{(k)} = (\lambda^{(k)} e^{(k)}) \delta_i^n + 2(\mu^{(k)} \varepsilon_{(in)}^{(k)}) \quad e^{(k)} = \varepsilon_{(11)}^{(k)} + \varepsilon_{(22)}^{(k)} + \varepsilon_{(33)}^{(k)} \quad (5)$$

Burada (5) ile verilen denklemde $\sigma_{(in)}^{(k)}$ 'lar ve $\varepsilon_{(in)}^{(k)}$ 'lar sırasıyla gerilme ve şekil değiştirme tansörlerinin fiziksel bileşenlerini göstermektedir. Aynı zamanda nanotüp ve matris arayüzeyi olan S_6 yüzeyindeki ideal temas koşulları ve karbon nanotüpün katmanları arasında van der Waals kuvvetlerini içeren sınır koşulları aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$\sigma^{(1)ip} (g_p^j + \nabla_p u^{(1)j}) \Big|_{S_6} n_j = \sigma^{(2)ip} (g_p^j + \nabla_p u^{(2)j}) \Big|_{S_6} n_j, \quad u^{(1)j} \Big|_{S_4} = u^{(2)j} \Big|_{S_4},$$

$$(R_3) \sigma^{(2)pp} (g_p^j + \nabla_p u^{(2)j}) \Big|_{S_3} n_j^{(1)} = c(u_p^{(2)} \Big|_{S_3} - u_p^{(3)} \Big|_{S_2}),$$

$$\sigma^{(2)ip} (g_p^j + \nabla_p u^{(2)j}) \Big|_{S_3} n_j^{(1)} = 0, \quad i = \tau, e,$$

$$(R_5) \sigma^{(2)pp} (g_p^j + \nabla_p u^{(2)j}) \Big|_{S_3} n_j^{(1)} = (R_4) \sigma^{(3)pp} (g_p^j + \nabla_p u^{(3)j}) \Big|_{S_2} n_j^{(1)},$$

$$(R_3) \sigma^{(3)pp} (g_p^j + \nabla_p u^{(3)j}) \Big|_{S_3} n_j^{(1)} = (R_2) \sigma^{(4)pp} (g_p^j + \nabla_p u^{(4)j}) \Big|_{S_2} n_j^{(1)}$$

$$\sigma^{(4)ip} (g_p^j + \nabla_p u^{(4)j}) \Big|_{S_2} n_j^{(1)} = 0, \quad i = \tau, e \quad (6)$$

$$\sigma_{zz}^{(1)} \xrightarrow{r \rightarrow \infty} p, \quad \sigma_{ij}^{(1)} \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 0, \quad (ij) \neq zz \quad (7)$$

Böylece, sonsuz elastik bir ortamdaki yerel eğrilikli sonsuz uzun üç duvarlı karbon nanotüp içeren kompozit malzemenin nanotüp yönünde etki gösteren dış kuvvetler altında incelenmesi (3)-(5) denklemler takımının (6) temas koşulları çerçevesinde incelenmesine getirilerek ele alınan problemin matematiksel formülasyonu genel bir biçimde elde edilmiştir.

Formülasyonu yukarıda verilen problem, nonlinear kısmi türevli diferansiyel denklemler takımı için verilmiş bir sınır-değer problemidir.

ÇÖZÜM YÖNTEMİ

Yukarıda ifade edilen sınır değer probleminin çözümünde bütün denklemlere ve sınır koşullarına Fourier dönüşümü yapılır. Problemin incelenmesinde [40] ve [41]'de verilmiş sınır formu pertürbasyon yöntemi uygulanır. Bu yöntemle göre aranan büyüklükler nanotüpün orta çizgisinin denklemine dahil olan ve onun eğilme derecesini gösteren küçük ε parametresinin serisi halinde ele alınır.

$$\sigma_{rr}^{(k)} = \sum_{q=0}^{\infty} \varepsilon^q \sigma_{rr}^{(k),q}, \dots, \varepsilon_{rr}^{(k)} = \sum_{q=0}^{\infty} \varepsilon^q \varepsilon_{rr}^{(k),q}, \dots, u_r^{(k)} = \sum_{q=0}^{\infty} \varepsilon^q u_r^{(k),q} \quad (8)$$

Ayrıca nanotüp-matris arayüzeyi olan S_6 'nın (2) ile verilen denklemleri ε cinsinden seri halde aşağıdaki gibi elde edilir.

$$r=R+\sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k a_{rk}(\theta, t_3), \quad z=t_3+\sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k a_{zk}(\theta, t_3), \quad (9)$$

(9)'daki ifadelerde yer alan ε^k 'ların katsayıları kolayca elde edilebileceğinden kısıklık amacıyla burada verilmemektedir. (8) ifadeleri (3) denkleminde yerine yazılarak (8)'deki her bir yaklaşım için uygun denklemler takımı elde edilir. (5)'deki bünye denklemleri lineer olduğundan (8)'deki her bir yaklaşım için ayrı ayrı sağlanan bünye denklemleri elde edilir. Birinci ve daha sonraki yaklaşımlar için elde edilen denklemler önceki yaklaşımların büyüklüklerini de içerirler. Bundan başka (6) temas koşullarında (8) ifadelerini yerine yazarak ve (9)'dan yararlanarak (8)'deki ε^k 'nın katsayılarını (R, θ, t_3) civarında seriye açar ve daha sonra ε 'nın aynı derecelerine göre gruplandırırız, her bir yaklaşım için $r=R_1, r=R_2, r=R_3, r=R_4, r=R_5$ ve $r=R_6$ yüzeylerinde sağlanan uygun temas koşulları elde edilir. Şimdi sıfıncı ve birinci yaklaşımlar için elde edilen uygun denklem takımlarının ve temas koşullarının ifadeleri ele alınsın.

Sıfıncı yaklaşım için (3)-(5) denklemleri aynen sağlanacaktır. (6) temas koşulları ise $n_r=1, n_\theta=0, n_z=0$ oldukları gözönüne alınarak $r=R_1, r=R_2, r=R_3, r=R_4, r=R_5$ ve $r=R_6$ 'de aynen sağlanacaktır. Buradan sıfıncı yaklaşım için elde edilen denklem ve temas koşulları nonlineer olur. Sıfıncı yaklaşım, modeldeki nanotüpün eğriliksiz düz olması durumunda ortaya çıkan gerilme ve şekil değiştirmelerin belirlenmesi için incelenmesi gereken sınır değer problemidir. İlgili mekaniksel görüşler bu durumda sıfıncı yaklaşım için elde edilen denklemlerdeki nonlineer terimlerin çok önemsiz etkiler vereceğini ifade etmektedir. Bu varsayımın geçerli olması için $\nabla_n u^{(k),0} \ll 1$ koşulunun sağlandığını kabul ederek

$g_n^j + \nabla_n u^{(k),0}$ terimlerini Kronecer sembolleri olan δ_n^j 'lerle yer değiştireceğiz. Böylece sıfıncı yaklaşımın temas koşullarını elde ederiz. Birinci yaklaşım için (8)'i (3) ve (4)'de yerine yazıp ε 'nın eşit kuvvetlerinin katsayılarını eşitleyerek q . yaklaşım için ilgili denklemleri elde edip yukarıda sözü edilen işlemleri (6) ile verilen temas koşulları için uygulayarak birinci yaklaşımın elde edilmesi için gerekli olan denklemler takımı ve temas koşulları elde edilmiş olur.

Şimdi sıfıncı ve birinci yaklaşımlara ait sınır değer problemlerinin çözümlerini elde edelim. Sadelik açısından $v^{(1)}$ matris malzemesinin, $v^{(2)}$ nanotüp malzemesinin Poisson oranları olmak üzere $v^{(1)} = v^{(2)}$ olduğunu varsayılacaktır. Nanotüpün her bir katmanının aynı malzemeden yapıldığı varsayılmıştır. Nitekim, [40]'e göre Poisson oranlarının eşit alınması nümerik sonuçlara önemli bir etkide bulunmamaktadır. Dolayısıyla, $v^{(1)} = v^{(2)}$ koşulu sadece

işlemleri basitleştirmek için varsayılmıştır. Bu durumda sıfırıncı yaklaşım için problemin çözümünü aşağıdaki gibi elde ederiz.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{zz}^{(1),0} &= \varepsilon_{zz}^{(2),0} = \varepsilon_{zz}^{(3),0} = \frac{p}{E^{(1)}}, \quad \sigma_{zz}^{(1),0} = p, \quad u_z^{(1),0} = u_z^{(2),0} = u_z^{(3),0} = \frac{p}{E^{(1)}} z, \\ u_r^{(3),0} &= -v^{(3)} \varepsilon_{zz}^{(3),0} r, \quad u_r^{(1),0} = -v^{(1)} \varepsilon_{zz}^{(1),0} r, \quad u_r^{(2),0} = -v^{(2)} \varepsilon_{zz}^{(2),0} r \\ u_\theta^{(1),0} &= u_\theta^{(2),0} = u_\theta^{(3),0} = 0, \quad \sigma_{rr}^{(1),0} = \sigma_{rr}^{(2),0} = \sigma_{rr}^{(3),0} = \sigma_{\theta\theta}^{(1),0} = \sigma_{\theta\theta}^{(2),0} = \sigma_{\theta\theta}^{(3),0} = 0, \quad \sigma_{zz}^{(2),0} = p \frac{E^{(2)}}{E^{(1)}} \\ \sigma_{\theta z}^{(1),0} &= \sigma_{\theta z}^{(2),0} = \sigma_{\theta z}^{(3),0} = \sigma_{rz}^{(1),0} = \sigma_{rz}^{(2),0} = \sigma_{rz}^{(3),0} = \sigma_{r\theta}^{(1),0} = \sigma_{r\theta}^{(2),0} = \sigma_{r\theta}^{(3),0} = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Bu denklemlerin çözümü için [41] kaynağını kullanalım. İlgili işlemler yapıldığında,

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}^{(1),1} &= \bar{A}_1^{(1)}(s) K_1(\xi_1^{(1)} s \frac{r}{L}) \sin \theta \\ \bar{\beta}^{(1),1} &= i \left[\bar{A}_2^{(1)}(s) K_1(\xi_2^{(1)} s \frac{r}{L}) + \bar{A}_3^{(1)}(s) K_1(\xi_3^{(1)} s \frac{r}{L}) \right] \cos \theta \\ \bar{\gamma}^{(k),1} &= \left[\bar{B}_{11}^{(k)}(s) I_1(\xi_1^{(2)} s \frac{r}{L}) + \bar{B}_{12}^{(k)}(s) K_1(\xi_1^{(2)} s \frac{r}{L}) \right] \sin \theta, \quad k=2,3,4 \\ \bar{\beta}^{(k),1} &= i \left[\bar{B}_{21}^{(k)}(s) I_1(\xi_2^{(2)} s \frac{r}{L}) + \bar{B}_{22}^{(k)}(s) K_1(\xi_2^{(2)} s \frac{r}{L}) + \bar{B}_{31}^{(k)}(s) I_1(\xi_3^{(2)} s \frac{r}{L}) + \bar{B}_{32}^{(k)}(s) K_1(\xi_3^{(2)} s \frac{r}{L}) \right] \cos \theta \end{aligned} \quad (11)$$

elde edilir. (11) fonksiyonları birinci yaklaşımın sınır-değer probleminde kullanılır ve böylece ulaşılabilecek lineer denklemler takımı çözülürse, ulaşılmak istenen gerilmelerin birinci yaklaşımının Fourier dönüşümlü değerlerini hesaplamak için gerekli olan büyüklükler belirlenmiş olur. Bu gerilmelerin gerçek değerlerini elde etmek için ters fourier dönüşümü uygulanır.

SAYISAL SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRME

Gerilme dağılımına ait araştırmalar σ_{rr} normal gerilmesi ve σ_{re} kayma gerilmesine ait çeşitli parametrelere bağlı nümerik sonuçlar elde etmek ve bu sonuçları yorumlama kapsamında yapılmıştır. Bu gerilmeler, matris ve karbon nanotüp arakesit yüzeyi S_6 (R_6 yarıçapının bulunduğu yüzey) üzerinde n normal vektörü ve τ , e teğet vektörleri doğrultusundaki ve bu vektörlerin oluşturduğu düzlemlerdeki gerilmelerdir.

Sayısal sonuçlar için R en dış yarıçap, $h^{(1)}$ dıştaki tüpün kalınlığı, $h^{(2)}$ ortadaki tüpün kalınlığı, $h^{(3)}$ en içteki tüpün kalınlığı, d iç ve dış tüplerin bitişik yüzeyleri arasındaki uzaklık olmak üzere $\kappa_1 = R/L$, $\kappa_2 = h^{(1)}/R$, $\kappa_3 = d/h^{(1)}$ ve $\kappa_4 = h^{(2)}/R = \kappa_2$, $\kappa_5 = h^{(3)}/R = \kappa_2$ parametreleri tanımlanmıştır. Karbon nanotüpün duvarlarının kalınlıkları eşit $h^{(1)} = h^{(2)} = h^{(3)}$ kabul edilmiştir. Ayrıca hesaplamalarda $v^{(1)} = v^{(2)} = v^{(3)} = 0.3$, $\varepsilon = 0.07$ ve aksi söylenmedikçe $E^{(2)}/E^{(1)} = 500$ değerleri kullanılmıştır.

İçteki ve dıştaki tüplerin bitişik yüzeylerindeki radyal yer değişimlerinden kaynaklanan van der Waals kuvvetinin dikkate alınabilmesi için $d \leq 0.34$ nm olması gerekmektedir. Bu kuvvetleri temsil eden c sabiti için $0 < c \leq 9.92$ TPa aralığı alınmıştır. Bundan başka van der

Waals kuvvetlerinin parametreler üzerindeki etkisini karakterize etmek için F parametresini tanımlanmıştır.

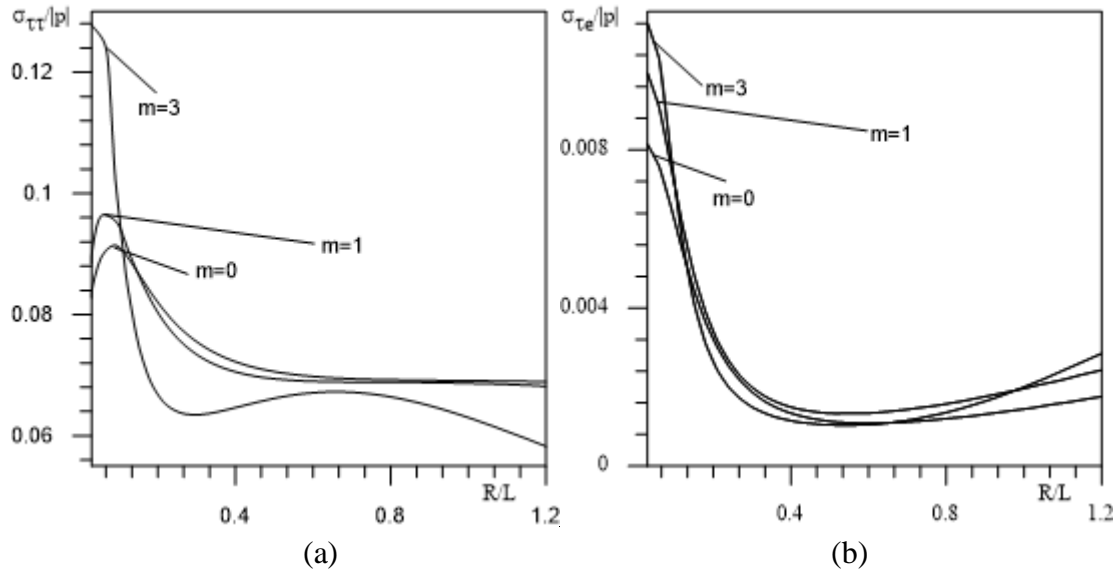
$$F = \frac{\mu_{\text{CNT}}}{c} \left(1 - \frac{h^{(1)}}{R} \right)$$

Burada μ_{CNT} parametresinde geçen CNT simgesi karbon nanotüpü temsil etmektedir ve

$$\mu_{\text{CNT}} = \mu^{(2)} = \mu^{(3)}.$$

Şekil 2'deki grafiklerde sırasıyla $\sigma_{\tau\tau}/|p|$ ve $\sigma_{\tau e}/|p|$ gerilmeleri ile $m=0,1,3$ değerleri için R/L 'ye göre değişimi görülmektedir. Gerilmeler ve m değerleri arasında monoton olmayan bir ilişki olduğu görülmektedir.

Çizelge 1' de $\sigma_{\tau\tau}/|p|$ ve $\sigma_{\tau e}/|p|$ gerilme değerleri çeşitli m ve $E^{(2)}/E^{(1)}$ parametreleri için verilmiştir. Bu çizelgeden $E^{(2)}/E^{(1)}$ değeri büyüdükçe $\sigma_{\tau\tau}/|p|$ değerinin arttığı izlenmekte aynı durumda $\sigma_{\tau e}/|p|$ gerilme değerinin düştüğü görülmektedir. Aynı çizelgeye bakarak m değerlerinin artması ile $\sigma_{\tau\tau}/|p|$ normal gerilmesinin düştüğü görülmektedir.



Şekil 2. $m=0,1,3$ için $\sigma_{\tau\tau}/|p|$ ile R/L arasındaki bağımlılık (a), $\sigma_{\tau e}/|p|$ ile R/L arasındaki bağımlılık (b)

Çizelge 1. Çeşitli $E^{(2)}/E^{(1)}$ ve m değerleri için $\sigma_{\tau\tau}/|p|$, $\sigma_{\tau e}/|p|$ ' nin birinci yaklaşım değeri

m	$E^{(2)}/E^{(1)}$	$\sigma_{\tau\tau}$	$\sigma_{\tau e}$
0	300	0,07060	0,00183
	500	0,07222	0,00134
	1000	0,07530	0,00079
1	300	0,06925	0,00202
	500	0,07055	0,00149
	1000	0,07303	0,00094
3	300	0,06449	0,00157
	500	0,06464	0,00115
	1000	0,06502	0,00076

KAYNAKLAR

- [1] Hutchens, S.B., Needleman, A. And Greer J.R., *Analysis of uniaxial compression of vertically aligned carbon nanotubes*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, (2011) 59: 227-2237.
- [2] Jia, J., Zhao, J., Xu, G., Di, J., Yong, Z. Vd, *A comparison of the mechanical properties of fibers spun from different carbon nanotubes*, Carbon (2010) 49: 1333-1339.
- [3] Yeh, M.K., Hsieh, T. H. ve Tai, N.H., *Fabrication and mechanical Properties of multi-walled carbon nanotubes/epoxy nanocomposites*, Materials Science and Engineering (2006) A 483-484, 289-292.
- [4] Yeh, M.K., Tai, N.H. ve Lin, Y.J., *Mechanical Properties of phenolic-based nanocomposites reinforced by multi-walled carbon nanotubes and carbon fibers*, Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, (2007) 39: 677-684.
- [5] Mezghani, K., Farooqui, M., Furquan, S. ve Atieh, M., *Influence of carbon nantube (CNT) on the mechanical properties of LLDPE/CNT nanocomposite fibers*, Materials Letters, (2011) 65: 3633-3635.
- [6] Zhang, X.L., Liu, Z.B., Zhao, X., Zhou, W.Y. ve Tian, J.G., *Nonlinear optical properties of hydroxyl proups modified multi-walled carbon nanotubes*, Chemical Physics Letters, (2010) 494: 75-79.
- [7] Wang, Q., *Torsional buckling of double-walled carbon nanotubes*, Carbon (2008) 46: 1159-1174.

- [8] Wu, C.L., Lin, H.C., Hsu, J.S., Yip, M.C., ve Fang, W., *Static and dynamic mechanical properties of polydimethylsiloxane/carbon nanotube nanocomposites*, Thin Solid Films (2009) 517: 4895-4901.
- [9] Kalamkarov, A. L. Georgiades A. V. Rokam S. K. Veedu V.P. ve Ghasemi-Nejhad M. N., *Analytical and numerical techniques to predict carbon nanotubes properties*, International Journal of Solids and structures (2006) 43: 6832-6854
- [10] Xiaohu, Y. ve Qiang, H., *Investigation of Axially Compressed Buckling of a Multi-Walled Carbon Nanotube Under Temperature Field*, Composite Science and Technology, (2006) 67: 125-134
- [11] Zhibanov, A., Pogorelov, E. ve Chang, Y., *Van der Waals Interaction Between Two Crossed Carbon Nanotubes*, ACS Nano, (2010) 4: 5937-5945
- [12] Li, C. ve Chou T., *A structural mechanics approach for the analysis of carbon nanotube* International Journal of Solids and Structures, (2003) 40: 2487-2499
- [13] Ru, C. Q., *Effect of van der Waals forces on axial buckling of a double-walled carbon nanotubes*, Journal of Applied Physics, (2000) 87(10): 7227-7231.
- [14] Guz, A.N. ve Lapusta, Yu., N., *Three-dimensional problems of the near-surface instability of fiber composites in compression (model of a piecewise-uniform medium) (survey)*, Inter. Appl. Mech., (1999) 35(7): 641-671.
- [15] Guz, A.N., Dekret, V.A. ve Kokhanenko Yu.V., *Plane problems of stability of composite materials with a finite size filler*, Mechan. Comp. Materials, (2000) 36(1): 77-86.
- [16] Shima, H., *Buckling of Carbon Nanotubes: A State of the Art Review*, Materials (2011) 5: 47-84.
- [17] Wu, S.J., Ho, Y.H., Chang C.P., J.S., ve Lin, M.F., *Electronic properties of armchair carbon nanotube array*, Physica (2006) E 32: 581-584.
- [18] Yang, Y., Zhang, L., ve Lim C.W., *Wave propagation in fluid-filled single-walled carbon nanotube on analytically nonlocal Euler-Bernoulli beam model*, Journal of Sound and Vibration, (2011) 331: 1567-1579.
- [19] Wang, L., *Vibration analysis of nanotubes conveying fluid based on gradient elasticity theory*, Journal of Vibration and Control, (2011)18: 313-320.
- [20] Shokrieh, M., Rafiee, R., *Investigation of nanotube length effect on the reinforcement efficiency in carbon nanotube based composites*, Composite Structures, (2010) 92: 2415-2420.
- [21] Georgantzinos, S.K., Giannopoulos, G.I., ve Anifantis, N.K., *Investigation of stress-strain behavior of single walled carbon nanotube/rubber composites by a multi-scale finite element method*, Theoretical and Applied Fracture Mechanics, (2009) 52: 158-164.
- [22] Baykasoğlu, C., Kırca, M., ve Muğan, A., *Yeniden yapılandırılmış atom boşluğu içeren karbonnanotüplerin kırılma davranışlarının incelenmesi*, II. Nanoteknoloji Kongresi, 27-28 Eylül 2012, 48-54.
- [23] Ru, C.Q., *Column buckling of multiwalled carbon nanotubes with interlayer radial displacements*, Phys. Rev. B., (2000) 62: 16962-16967.
- [24] Shen, H.-S., *Postbuckling prediction of double-walled carbon nanotubes under hydrostatic pressure*, Int. J. Solid Struct., (2004) 41: 2643-2657.
- [25] Thai, H.-T., *A nonlocal beam theory for bending, buckling and vibration of nanobeams*, Int. J. Eng. Sci., (2012) 52: 56-64
- [26] Jochum, Ch., ve Grandidier, J.C., *Microbuckling elastic modeling approach of a single carbon fibre embedded in an epoxy matrix*, Compos. Sci. Technol. (2004) 64: 2441-2449.

- [27] Lourie, O., Cox, D.M., ve Wagner, H.D., *Buckling and collapse of embedded carbon nanotubes*, Phys. Rev. Lett. (1998) 81: 1638–1641.
- [28] Young, R.J., Kinloch, I.A., Gong, L., ve Novoselov, K.S., *The mechanics of graphene nanocomposites: a review*, Compos. Sci. Technol., (2012) 72: 1459–1476
- [29] Guz, I.A., *Continuum solid mechanics at nano-scale: how small can it go?*, J. Nanomater. Mol. Nanotechnol., 1 (1) (2012).
- [30] Duan, H.L., Wang, J., ve Karihaloo, B.L., *Theory of elasticity at the nanoscale*, Adv. Appl. Mech., (2009) 42(1): 1–68.
- [31] Windle, A.H., *Two defining moments: A personal view by Prof. Alan H. Windle*, Compos. Sci. Technol., (2007) 67: 929–930.
- [32] Harik, V.M., *Ranges of applicability for the continuum beam model in the mechanics of carbon nanotubes and nanorods*, Solid State Commun., (2001) 120: 331–335.
- [33] Guz, A.N., ve Rushchidsky, J.J., *Nanomaterials: on the mechanics of nanomaterials*, Int. Appl. Mech. (2003) 39: 1271–1293.
- [34] Guz, A.N., ve Rushchidsky, J.J., (2012) *Short Introduction to Mechanics of Nanocomposites*, Scientific & Academic Publishing.
- [35] Ru, C.Q., *Axially compressed buckling of a double walled carbon nanotube embedded in an elastic medium*, J. Mech. Phys. Solids (2001) 49: 1265–1279.
- [36] Murmu, T., ve Pradhan, S.C., *Buckling analysis of a single-walled carbon nanotube embedded in an elastic medium based on nonlocal elasticity and Timoshenko beam theory and using DQM*, Phys. (2009) E 41: 1232–1239.
- [37] Akbarov, S.D., *Microbuckling of a doublewalled carbon nanotube embedded in an elastic matrix*, International of Solids and Structures, (2013) 50: 2584-2596.
- [38] Coban F., *Yerel Eğrilikli İki ve Üç Duvarlı Karbon Nanotüplerin Gerilme ve Stabilité Analizi*, Doktora Tezi, 2016.
- [39] Akbarov, S.D., *Stability Loss and Buckling Delamination: Three-Dimensional Linearized Approach for Elastic and Viscoelastic Composites*, Springer, (2012) 465 pp.
- [40] Akbarov, S. D. and Guz, A. N., “*Mechanics of Curved Composites*”, Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [41] Akbarov, S.D., Guz, *On the Stressed State in the Fibrous Composite Material with Curved Structures and Low Fiber Concentration*, Prikl. Mekh, 21(6), (1985c) 37-44 (in Russian).
- [42] Guz, A.N., *Fundamentals of the Three-Dimensional Theory of Stability of Deformable Bodies*, Springer, 555p, 1999.